

**Tim Bollerslev modtog
Carlsbergfondets
Forskningspris i 2018**

Professor ved Duke University
Tim Bollerslev er en højt respekteret og anerkendt forsker inden for finansiering og tidsserieøkonometri.

Han er særligt anerkendt for sin viden på områderne finansiel økonometri og empirisk finansiering, hvor han tilhører den absolutte verdenselite.

Tim Bollerslevs forskning går grundlæggende ud på at udvikle og bruge nye statistiske og økonometriske metoder til at analysere finansielle data for bedre at forstå økonomiske sammenhænge. Han har specielt arbejdet med metoder til at måle, modellere og forudsige pris-svingninger, også kaldet volatilitet, i finansielle markeder. Volatilitet kommer i bølger, hvilket betyder at finansielle markeder til nogle tider er relativt rolige mens de til andre tider er meget turbulente. Tim Bollerslevs metoder benyttes i stor udstrækning af økonomer og finansielle markedsudøvere verden over.

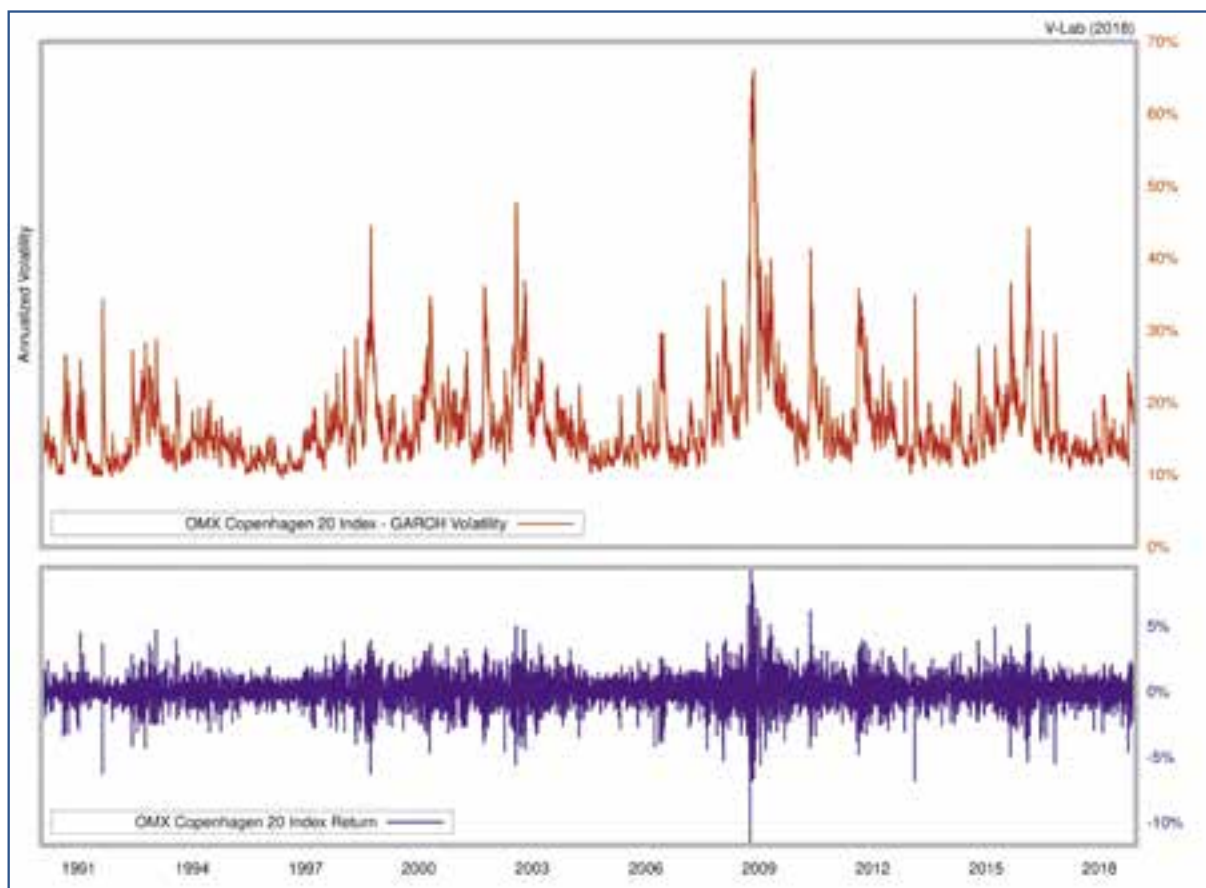
Af

TIM BOLLERSLEV
PROFESSOR, PH.D.
DEPARTMENT OF ECONOMICS,
DUKE UNIVERSITY

1

AT SÆTTE ØKONOMISK USIKKERHED PÅ FORMEL

Økonomiske prognoser er uundgåeligt forbundet med en vis usikkerhed. Denne usikkerhed er ofte tidsvarierende, således at det på nogle tidspunkter er sværere at forudsige hvad der vil ske, end det er på andre. Som det måske mest indlysende eksempel stiger og falder kurser og renter på finansielle markeder til tider meget dramatisk mens prisudsvingene til andre tider er mere dæmpede. Det er derfor vigtigt for såvel nationalbanker som for offentlige institutioner og det private erhvervsliv at de med nogenlunde sikkerhed er i stand til at vurdere denne risiko, også kaldet volatilitet, som kendetegner økonomien på et givet tidspunkt.



Figur 1
Daglige GARCH-volatilitets-
estimerer (øverste panel) og afkast
(nederste panel) på det danske
aktiemarked (OMX 20 indekset).
Kilde: Vlab, New York Universit.

Volatilitet er et helt centralt begreb inden for økonomi og finansiering. Intuitivt beskriver volatiliteten den usikkerhed der er forbundet med en given økonomisk variabel, som for eksempel afkastet på en aktie, inflation i den danske økonomi eller arbejdsløshedsprocenten. Denne usikkerhed er typisk kvantificeret mere formelt i form af den statistiske varians eller standardafvigelse over en bestemt periode, såsom en dag, en måned eller et år. Men det er også muligt at definere usikkerheden over uendeligt korte tidsintervaller i form af mere abstrakte statistiske diffusionsmodeller.

Uanset den nøjagtige definition har det længe været klart at volatiliteten i finansielle markeder kommer i bølger. Det vil sige at markederne til nogle tider er relativt rolige mens de til andre tider er mere turbulente. Det var imidlertid først i slutningen af 1980'erne at det blev klart at det rent faktisk var muligt at modellere og forudsige denne tidsvarierende volatilitet. Denne erkendelse har selvsagt enorme konsekvenser for mange centrale spørgsmål inden for finansiell økonomi, ikke mindst mht. risikostyring og kontrol. Volatilitet har således også været et utroligt aktivt forskningsområde gennem

de sidste tredive år.¹ Denne forskning har været med til at fostre et helt nyt fagområde kaldet finansiell økonomi og et dertil hørende videnskabeligt selskab.² De modeller og metoder som jeg har arbejdet på, deriblandt GARCH (Generalized Auto-Regressive Conditional Heteroskedasticity), har været en del af denne udvikling, og disse modeller er nu også vidt brugt verden over, såvel i forskningsøjemed, af nationalbanker og andre offentlige institutioner som i det private erhvervsliv.

ARCH og GARCH – de første volatilitetsmodeller

Grundlaget for meget af det efterfølgende arbejde inden for volatilitet blev lagt af Robert F. Engle i en artikel publiceret i 1982.³ Engle blev i 2003 tildelt Nobelprisen i økonomi for netop dette forskningspapir og hans arbejde "for methods of analyzing economic time series with time-varying volatility (ARCH)". Den primære udfordring består i at volatilitet i sig selv ikke er direkte observerbar. Engles innovative løsning på det problem bestod i at bruge en statistisk model til at udlede volatiliteten på baggrund af de faktiske historiske fejl forbundet med at forudsige den underliggende variabel.

“
**Som det også
klart fremgår af figuren,
er de daglige prisudsving til
nogen tider ret dæmpede
mens de til andre tider, mest
indlysende selvfølgelig
omkring den finansielle krise
i 2008-2009, er meget
mere dramatiske.
Volatiliteten på det danske
aktiemarked kommer
altså i bølger**
”

Selvom den grundlæggende ide - at modellere tidsvarierende volatilitet i økonomiske variable ved brug af økonomiske metoder - først blev formaliseret af Engle, viste den særlige ARCH-model som Engle oprindeligt foreslog, sig hurtigt at være for simpel til tilfredsstillende at kunne beskrive volatiliteten i de fleste data. En simpel ændring af modellen, i hvilken volatiliteten ikke kun afhænger af den observerede historiske usikkerhed i form af de faktiske prognosefejl i tidligere perioder, men også af den ikke-observerbare volatilitet i tidligere perioder, viste sig derimod at beskrive mange økonomiske variable forbavsende godt. Denne såkaldte GARCH-model er nu også den langt mest brugte model i praksis.⁴

I dens enkleste og mest benyttede formulering postulerer GARCH-modellen at volatiliteten svinger omkring et konstant niveau som er styret af prognosefejlen og volatiliteten i den seneste historiske periode. Ved anvendelser til at beskrive den daglige volatilitet af finansielle aktiver hvor det er muligt at tilnærme prognosefejlen med det faktisk observerede afkast, kan modellen således udtrykkes som:⁵

$$(\text{Volatilitet, i morgen})^2 = \omega + \alpha \times (\text{Afkast, i dag})^2 + \beta \times (\text{Volatilitet, i dag})^2$$

De tre parametre, ω , α og β , der beskriver præcist hvordan volatiliteten ændrer sig fra den ene dag til den anden, kan formelt estimeres ved brug af historiske data. Det faktum at den daglige volatilitet selv skal udledes på baggrund af modellen, nødvendiggør imidlertid brug af specielle estimeringsmetoder, men sådanne metoder er nu tilgængelige i alle de statistiske softwarepakker som økonomer og statistikere regelmæssigt anvender. Selvom de faktisk estimerede parameter-værdier selvfølgelig afhæ-

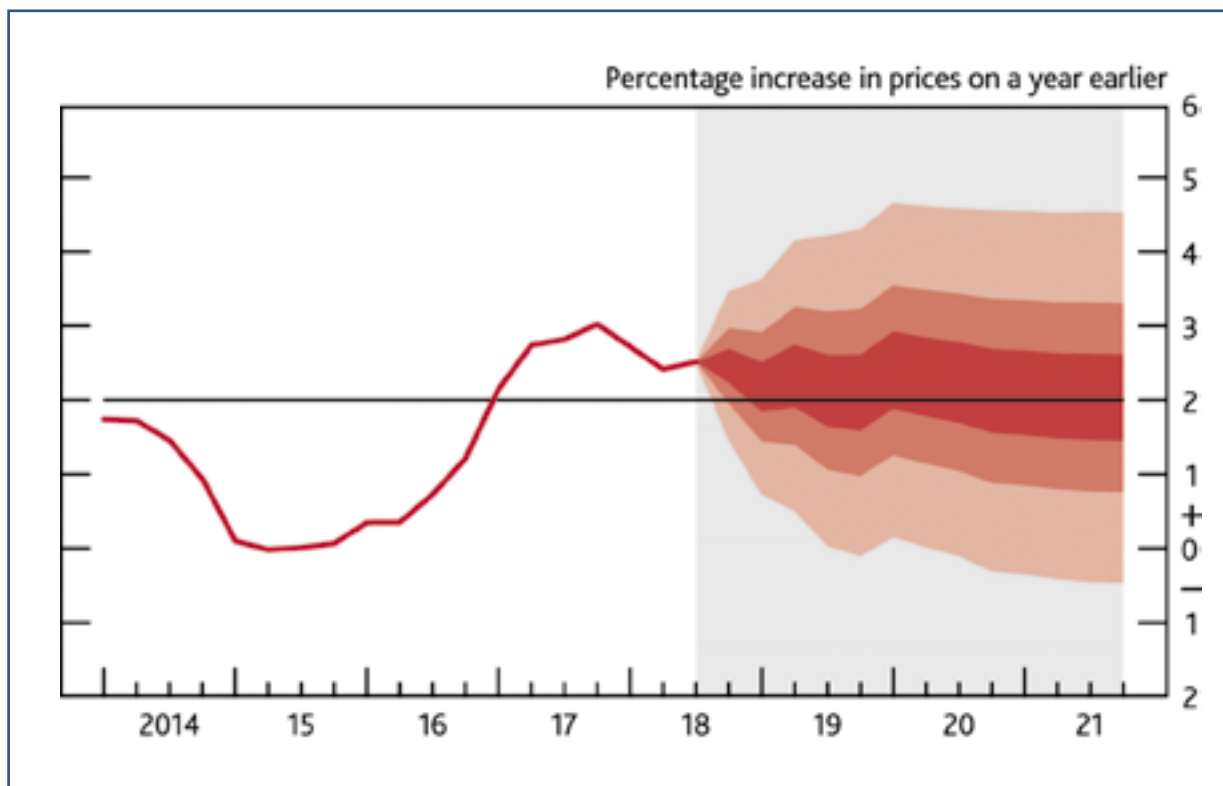
ger af det bestemte finansielle aktiv, er α og β med daglige data typisk estimeret til omkring 0.05 og 0.9. Disse værdier indebærer således at volatiliteten er meget vedholdende og derfor også forudsigelig.

Figur 1 illustrerer dette. Det nederste panel viser det daglige afkast på det danske aktiemarked (OMX 20 indeks) fra 1990 til 2018. I overensstemmelse med økonomisk teori er det stort set umuligt at forudsige disse daglige afkast: Priserne på det danske aktiemarked følger tilnærmelsesvis en såkaldt "random walk". Som det også klart fremgår af figuren, er de daglige prisudsving til nogle tider ret dæmpede mens de til andre tider, mest indlysende selvfølgelig omkring den finansielle krise i 2008-2009, er meget mere dramatiske. Volatiliteten på det danske aktiemarked kommer i bølger. Top-panelet i figuren viser de tilsvarende GARCH-volatilitetsestimater. Den gennemsnitlige volatilitet på det dansk aktiemarked over denne 28-årige periode er således estimeret til 18,44 procent (på en årlig skala). Dette gennemsnit afspejler imidlertid en stor rækkevidde, fra en høj volatilitet på 65,55 procent (d. 6. november, 2008) til en lav volatilitet på kun 9,64 procent (d. 17. maj, 1996).

Men hvad betyder disse ændringer? Hvis en investor har en diversificeret portefølje som nøje følger OMX 20-indekset, hvor meget kapital vil hun så risikere at miste fra den ene dag til den anden? Med en forventet volatilitet på 18,44 procent ville hendes tab - med 95 procent sandsynlighed - ikke overstige 1,88 procent af porteføljens værdi. Hvis volatiliteten derimod var 65,55 procent, ville det tilsvarende kapitaltab være så højt som 6,69 procent, mens en volatilitet på 9,64 procent ville indebære en risiko på kun 0,98 procent. Lignende beregninger af Value-at-Risk (VaR) spiller nu til dags en afgørende rolle i risikoanalyse, når banker, pensionskasser og andre

Figur 2
Eksempler på forskellige
GARCH-modeller.





Figur 3
Treårige inflationsprognoser fra den engelske nationalbank 'Bank of England' udstedt november 2018. Den årlige inflation forventes at ligge inden for den inderste mørkerøde farve i 10 procent af tilfældene, i den lysere røde farve i 30 procent af tilfældene og i den allerlyseste røde farve i 90 procent af tilfældene. Kilde: Bank of England, November 2018 Inflation Report

finansielle institutioner beregner markedsrisikoen af deres porteføljer. De såkaldte Basel-regler og "stress test", som ligger til grund for den offentlige kontrol af bankers kapitalkrav i det meste af verden, er også baseret på tilsvarende vurderinger og beregninger. Således spiller GARCH-modeller nu en vigtig rolle i risikovurdering i den finansielle sektor verden over.

GARCH – udvidelser og yderligere anvendelser

Selvom den simple GARCH-model beskrevet og illustreret ovenfor er i stand til at karakterisere den generelle udvikling i volatiliteten over tid, er der flere nuancer som modellen ikke tager højde for. Det resulterede efterfølgende i et slags "våbenkapløb" med det formål at formulere stadig mere empirisk realistiske GARCH-type-modeller. For eksempel reagerer volatiliteten i de fleste finansielle markeder asymmetrisk til positive og negative afkast mens den simple GARCH-model er symmetrisk. De såkaldte EGARCH, GJR-GARCH og TS-GARCH-modeller er alle designet til at tillade en asymmetrisk reaktion. Ligeledes er volatiliteten i mange markeder mere vedholdende end den simple GARCH-model tillader. FIGARCH- og LMGARCH-modellerne er begge udviklet til at tage højde for den funktion. Til trods for disse, og den lange række andre mere avancerede GARCH-modeller afspejlet i "alfabet-

suppen" af navne i Figur 2, forbliver den simple GARCH-model den overvejende mest benyttede i praksis.⁶

Udover deres vidtrækkende anvendelser indenfor finansiell økonomi er GARCH-modeller nu også i stigende grad begyndt at blive brugt indenfor andre områder af økonomi, deriblandt især makroøkonomi. Både ARCH og GARCH-modellen blev rent faktisk også først anvendt til at kvantificere usikkerheden i inflationsprognoser. Ligesom volatiliteten i finansielle markeder kommer i bølger, ændrer usikkerheden i økonomien som sådan sig også over tid således at det til nogle tider er meget vanskeligt at forudsige hvordan den økonomiske situation vil udvikle sig mens det til andre tider er noget lettere. Økonomiske prognoser er derfor i princippet også svære at forholde sig til hvis man ikke har et mål for hvor troværdige de er.

Figur 3 viser et såkaldt "fan chart", som den engelske nationalbank 'Bank of England' har brugt i nogen tid til at kommunikere den usikkerhed der er forbundet med deres inflationsprognoser. Diagrammet er konstrueret så den faktiske årlige inflation forventes at ligge inden for den inderste mørkerøde farve i 10 procent af tilfældene, inden for den lysere røde farve i 30 procent af tilfældene og inden for den allerlyseste røde farve i 90 procent af tilfældene. Således var det bankens skøn i november 2018



Figur 4
Den danske nationalbank.
Foto: Danmarks Nationalbank

at chancen for at den årlige inflation i England fra slutningen af 2018 frem til slutningen af 2021 vil overstige 4,5 procent, er mindre end 5 procent. Lignende diagrammer baseret på GARCH-modeller for den tidsvarierende usikkerhed i de underliggende økonomiske variable bliver nu også brugt af mange andre nationalbanker og offentlige institutioner.

Tilsvarende overvejelser omkring usikkerheden forbundet med prognoser i andre sammenhænge har således også motiveret anvendelser af GARCH-modeller i en række andre videnskabelige discipliner, deriblandt datalogi, ingeniørvidenskab, medicin, meteorologi og samfundsvidenskab. Der er nu også en anselig litteratur i statistik og sandsynlighedsteori vedrørende modellernes teoretiske egenskaber.

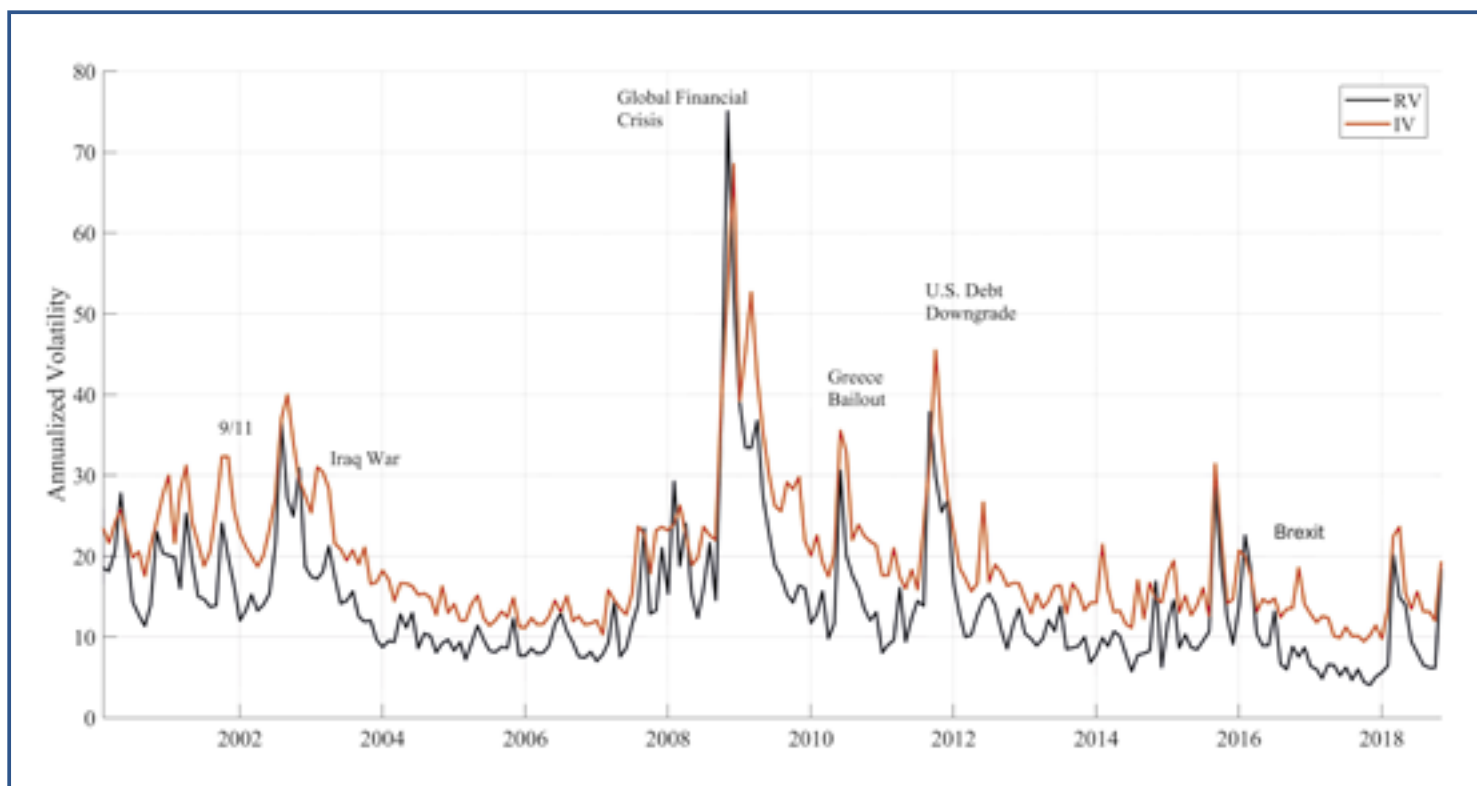
Realiseret volatilitet

GARCH-modeller er eksplicit designet til at levere volatilitetsprognoser for tidsintervaller, såsom en dag eller en måned, baseret på tilsvarende daglige eller månedlige data. Inden for de sidste 10-20 år har vi imidlertid fået adgang til højfrekvent, eller

såkaldt 'tick by tick', data for en lang række forskellige finansielle markeder. Disse data giver i teorien mulighed for efterfølgende at måle den sande volatilitet over længere tidsintervaller, såsom en dag eller en måned. I modsætning til volatilitetsprognoser baseret på GARCH-modeller er disse ex post "realiserede volatiliteter" i princippet model-fri, dvs. de afhænger ikke af nogen konkrete antagelser om hvordan volatiliteten udvikler sig over tid.

Dette realiserede volatilitetsbegreb blev oprindeligt introduceret af Torben G. Andersen og mig i et forskningspapir i 1998.⁷ Mens det kvadrede afkast, som driver volatiliteten i GARCH-modeller, giver et meget upræcist mål af den sande volatilitet ved i stedet at bruge et stort antal tilnærmelsesvis ukorrelerede højfrekvens-afkast, er det muligt intuitivt at opnå et meget mere nøjagtigt volatilitetsestimat.

Dette illustreres i Figur 5, hvor den sorte linje viser månedlige realiserede volatiliteter for det amerikanske aktiemarked fra 2000 til 2018 konstrueret på basis af fem-minutters afkast for Standard and Poor's 500-indeks. De grundlæggende træk i denne realiserede volatilitet afspejler i høj grad de



Figur 5
Månedlige realiserede volatiliteter for det amerikanske aktiemarked (S&P 500 indekset) konstrueret på basis af fem-minutters afkast (RV). Kilde: Oxford-Mann data library. Månedlige VIX options implicerede volatiliteter (IV). Kilde: Federal Reserve Economic Data (FRED), St. Louis FED

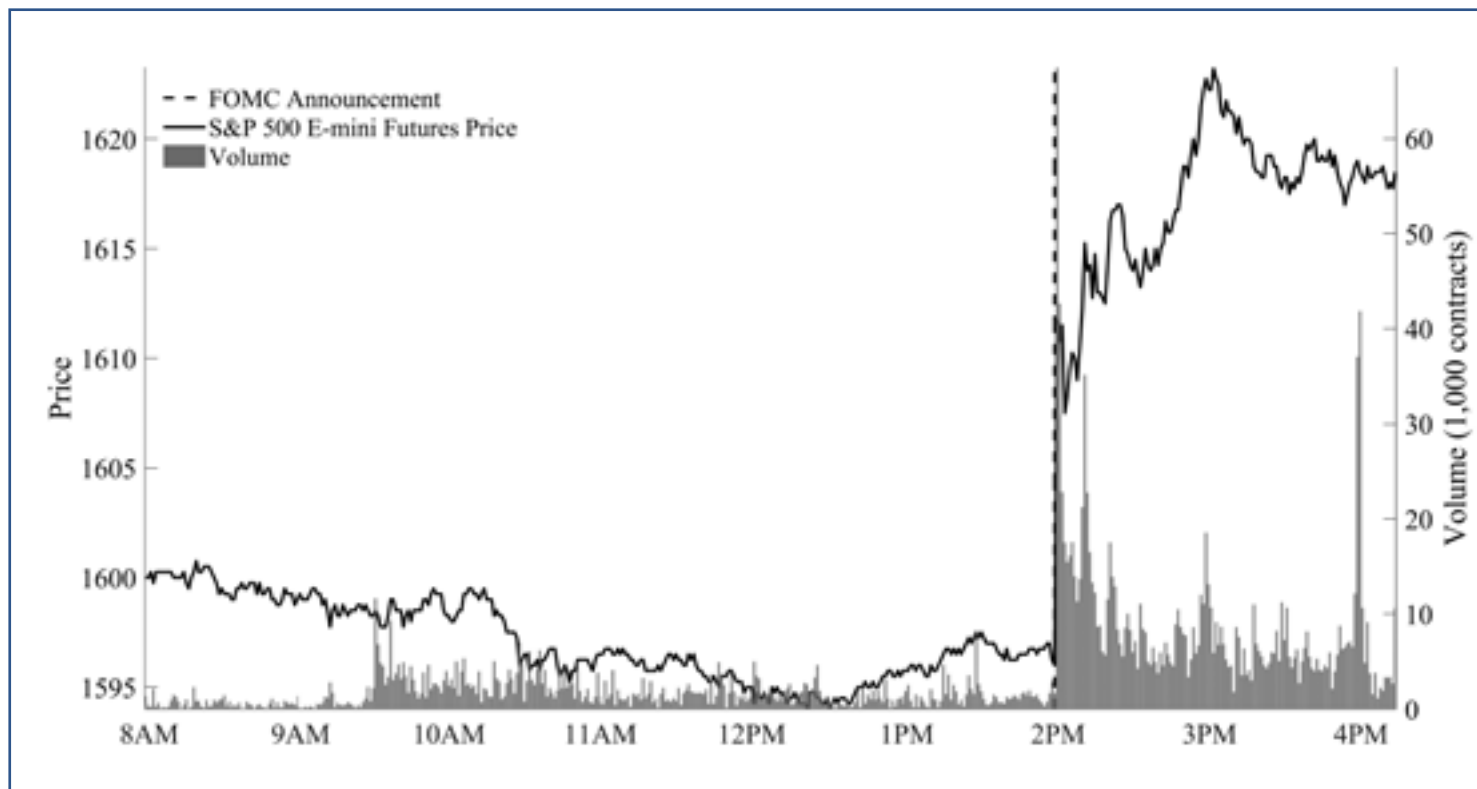
daglige GARCH-volatilitetsprognoser for det danske aktiemarked i Figur 1. I modsætning til de daglige prognoser i Figur 1 viser Figur 5 imidlertid hvordan volatiliteten rent faktisk udviklede sig fra måned til måned. Som de forskellige økonomiske begivenheder fremhævet i figuren viser, er der ikke overraskende en klar tendens til at volatiliteten var høj i perioder med øget økonomisk uro og/eller finansielle kriser. Til trods for denne klare korrelation er det ikke klart om det er øget økonomisk usikkerhed der forårsager høj volatilitet, eller om høj volatilitet i finansielle markeder er medvirkende til at skabe økonomiske kriser. Eller om kausaliteten går begge veje. Dette spørgsmål er også i øjeblikket genstand for intensiv forskning indenfor makroøkonomi.

Realiseret volatilitet har også fundet vidtrækkende praktiske anvendelser i form af nye økonomiske modeller til at forudsige volatiliteten, deriblandt såkaldte Realized-GARCH-modeller. Desuden har der inden for de sidste ti år udviklet sig en meget stor, og stadig voksende, litteratur om den statistiske teori som ligger til grund for det realiserede volatilitetsbegreb.

Volatilitet stammer fra det latinske *volare*, som betyder at flyve. På engelsk betegner volatilitet den grad hvormed noget ændrer sig hurtigt og uforudsigeligt. Inden for kemi og fysik betegner ordet hvor let et stof fordamper eller overgår fra en flydende fase til en gasfase. Inden for økonomi og finansiering anvendes ordet imidlertid mere konkret til at betegne den statistiske usikkerhed der er forbundet med en given økonomisk variabel.

Options implicit volatilitet

GARCH og realiseret volatilitet er begge baserede på faktiske priser for de underliggende finansielle aktiver. Alternativt er det muligt at kvantificere volatiliteten på baggrund af priserne på finansielle optioner. En option, eller et derivat, giver retten til at købe eller sælge et finansielt aktiv til en forudbe-



Figur 6
Et-minuts priser (linje) og handel (søjler) for E-mini S&P 500 18. september 2013. Den lodrette linje klokken 2pm svarer til det tidspunkt hvor den amerikanske nationalbank (FED) annoncerede at den ikke ville stoppe et allerede igangværende program med at tilbagekøbe obligationer. Figuren er baseret på højfrekvensdata fra Tick Data

“
Hvis en investor har en diversificeret portefølje som nøje følger OMX 20-indekset, hvor meget kapital vil hun så risikere at miste fra den ene dag til den anden? Med en forventet volatilitet på 18,44 procent ville hendes tab – med 95 procent sandsynlighed – ikke overstige 1,88 procent af porteføljens værdi. Hvis volatiliteten derimod var 65,55 procent, ville det tilsvarende kapitaltab være så højt som 6,69 procent mens en volatilitet på 9,64 procent ville indebære en risiko på kun 0,98 procent
”

stemt pris på en fremtidig dato. Prisen på sådanne optioner afhænger først og fremmest af volatiliteten på det underliggende aktiv. Omvendt er det muligt at inducere volatilitet svarende til den faktiske pris på en given option. Optioner handles selvfølgelig kun aktivt for et begrænset antal af finansielle aktiver, men for de aktiver hvor de gør, giver den optionsimplificerede volatilitet et interessant yderligere perspektiv.

Udover den realiserede volatilitet viser Figur 5 således også den optionsimplificerede månedlige volatilitet for Standard and Poor's 500-indeks, det såkaldte VIX-indeks, også populært omtalt som “the market fear gauge”. Som det fremgår af figuren, er VIX-indekset (givet ved den røde linje) generelt højere end den realiserede volatilitet (givet ved den sorte linje). Denne forskel betyder dog ikke nødvendigvis at optioner handles til priser ensbetydende med en systematisk over-estimering af den rent faktisk realiserede volatilitet. Derimod reflekterer forskellen en volatilitets-risikopræmie relateret til den overordnede aversion mod risiko og usikkerhed i økonomien som sådan. I overensstemmelse med økonomisk teori er variationer i denne volatilitets-risikopræmie således også relateret til fremtidige afkast på markedet.⁸ Meget igangværende forskning inden for finansiering er direkte motiveret af disse observationer.

Volatilitet og økonomiske nyheder

Volatilitet kommer i bølger. Til trods for dette vel-etablerede empiriske faktum og tredive års forskning inden for området har vi imidlertid stadig ikke en god forståelse af de dybere økonomiske mekanismer der ligger til grund for denne tidsvarierende volatilitet. GARCH-modeller og nyere metoder baseret på realiseret volatilitet er gode til at beskrive dynamikken og forudsige volatiliteten. Men de forklarer ikke hvor volatiliteten i bund og grund kommer fra.

Som den tidligere omtalte Figur 5 viser, er volatiliteten på finansielle markeder generelt højere i økonomiske usikre tider, men om det er årsag eller effekt, er ikke klart. Nyligt tilgængelige højfrekvensdata giver en unik mulighed for bedre at belyse disse sammenhænge ved at "zoome ind" på konkrete tidsbestemte økonomiske nyheder.

Som illustration af dette viser Figur 7 priserne (linje) og handlen (søjler) for E-mini S&P 500 hvert minut den 18. september 2013. Dette værdipapir er et af de mest handlede finansielle aktiver på det amerikanske marked, og som sådan er det et godt barometer for hvordan økonomiske nyheder bliver fortolket. Således svarer den lodrette linje klokken 2pm til det tidspunkt hvor den amerikanske nationalbank (FED) annoncerede at den ikke ville stoppe det allerede igangværende program med at tilbagekøbe obligationer. Som det fremgår af figuren, reagerede markedet meget markant på denne nyhed. Ud over det øjeblikkelige spring i prisen på selve annonceringstidspunktet var der også en klar stigning i både volatiliteten og i handlen i de efterfølgende to timer. Disse stigninger reflekterer usikkerheden forbundet med mere præcist at fortolke betydningen af annonceringen. Teoretiske økonomiske modeller i hvilke agenterne fortolker den samme information forskelligt, giver en plausibel forklaring på dette fænomen og kan dermed være med til at forbedre vores forståelse af hvor volatiliteten i finansielle markeder kommer fra.⁹ Det er bl.a. noget af det som jeg arbejder på i øjeblikket.

Noter

1 Nogle af de vigtigste videnskabelige bidrag er samlet i: Torben G. Andersen and Tim Bollerslev. *Volatility*. Vol. I and II, 1760 pages. Cheltenham, U.K.: Edward Elgar Publishing Ltd., 2018. **2** The Society for Financial Econometrics (SoFIE): <https://sofie.stern.nyu.edu/>. **3** Robert F. Engle, "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation," *Econometrica*, Vol.50, No.4, p.987-1008, 1982. **4** "The best-known extension is the generalized ARCH model (GARCH) developed by Tim Bollerslev in 1986. Here, the variance of the random error in a certain period depends not only on previous errors, but also on the variance itself in earlier periods. This develop-

ment has turned out to be very useful; GARCH is the model most often applied today." Kilde: Pressemeldelse udsendt af The Royal Swedish Academy of Sciences i forbindelse med uddelingen af Nobelprisen i Økonomi 2003. **5** Tim Bollerslev, "Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity," *Journal of Econometrics*, Vol.31, p.307-327, 1986. **6** For en mere detaljeret oversigt og formel beskrivelse af de mange forskellige modeller se: Tim Bollerslev, "Glossary to ARCH (GARCH)," in *Volatility and Time Series Econometrics: Essays in Honor of Robert F. Engle* (eds. Tim Bollerslev, Jeffrey R. Russell and Mark W. Watson), Chapter 8, p.137-163. Oxford, U.K.: Oxford University Press, 2010. **7** Teorien der ligger til grund for det realiserede volatilitetsbegreb, er baseret på fundamentale ideer fra stokastisk analyse og semimartingale processer, se: Torben G. Andersen og Tim Bollerslev, "Answering the Skeptics: Yes, Standard Volatility Models do Provide Accurate Forecasts," *International Economic Review*, Vol.39, No.4, p.885-905, 1998; og Torben G. Andersen, Tim Bollerslev, Francis X. Diebold, and Paul Labys, "Modeling and Forecasting Realized Volatility," *Econometrica*, Vol.71, No.2, p.579-625, 2003. **8** Tim Bollerslev, George Tauchen and Hao Zhou, "Expected Stock Returns and Variance Risk Premia," *Review of Financial Studies*, Vol.22, No.11, p.4463-4492, 2009. **9** Tim Bollerslev, Jia Li and Yuan Xue, "Volume, Volatility and Public News Announcements," *Review of Economic Studies*, Vol.85, No.4, p.2004-2041, 2018.

Figur 7
Teoretiske økonomiske modeller hvor agenterne fortolker den samme information forskelligt, kan være med til at forklarer volatiliteten på finansielle markeder.
Kilde: TecnoVoz

